

SVENSK STANDARD

SS-EN XXXXX

Utkast: 2016-11-28

Utgåva: 1

---

Bestämning av asfaltprovkroppars frekvensresponsfunktioner (FRFer)  
genom modalanalys

Modal testing to determine frequency response functions (FRFs)  
of asphalt concrete specimens

## Innehållsförteckning

Förord .....	3
1. Orientering .....	4
2. Normativa referenser.....	4
3. Begrepp och definitioner.....	4
4. Princip .....	5
5. Utrustning .....	5
6. Provkroppens geometri och dimensioner.....	6
7. Utförande .....	6
8. Beräkningar.....	7
9. Precision.....	9
10. Rapport.....	9
Annex A (informativ) Placering av accelerometer och exciteringspunkt .....	10
Annex B (informativ) Exempel på mätning av FRFer .....	12
Annex C (informativ) Beräkning och optimering av FRFer med FEM app .....	15
Litteraturförteckning .....	18

## Förord

Detta dokument har upprättats med stöd från Svenska Byggbranschens Utvecklingsfond (SBUF) och Trafikverket i samband med SBUF projekt 13226 – ”Automatisk mätning av asfaltprovkroppars resonansfrekvenser för bestämning av styvhetsmodul”.

## 1. Orientering

Denna metodbeskrivning beskriver en applikation av modalanalys för att mäta frekvensresponsfunktioner (FRF) av asfaltprovkroppar. Mätningarna utförs genom att använda en hammare för att excitera provkroppen och en accelerometer för att mäta kroppens vibrationer. Metoden kan utföras på laboratorietillverkade provkroppar eller på borrade provkroppar från beläggning.

Frekvensresponsfunktioner kan användas tillsammans med informationen om en kropps dimensioner och densitet för att beräkna den komplexa styvhetsmodulen av asfaltprovkroppar med fria randvillkor (1). Denna metodbeskrivning är dock avgränsad till att beskriva mätningen av frekvensresponsfunktioner.

## 2. Normativa referenser

Följande referensdokument, i sin helhet eller delvis, kompletterar detta dokument. Den senaste utgåvan av det refererade dokumentet är gällande för odaterade referenser.

EN 12697-6, *Vägmateriäl – Asfaltmassor – Provningsmetoder för varmblandad asfalt – Del 6: Bestämning av skrymdensitet hos asfaltprovkroppar*

EN 12697-29, *Vägmateriäl – Asfaltmassor – Provningsmetod för varmblandad asfalt – Del 29: Bestämning av asfaltprovkroppars mått*

## 3. Begrepp och definitioner

Vid tillämpningen av detta dokument gäller följande begrepp och definitioner.

### 3.1

#### **frekvensresponsfunktion (FRF)**

en fundamental funktion av en kropps eller ett systems dynamiska egenskaper (2). En FRF är ett mått på storleken av förskjutningen, hastigheten eller accelerationen i en kropp per enhet av exciterande kraft i frekvensdomän

### 3.2

#### **svängningsmod**

naturlig egenskap i alla system och kroppar. En kropps naturliga svängningar beror på dess massa, styvhet, dimensioner och randvillkor (2). Flera typer av svängningsmoder existerar som exempelvis böjmoden och den longitudinella moden

### 3.3

#### **resonansfrekvens**

en modtyp innehåller flera svängningsmoder (1:a, 2:a, 3:e osv.) där resonans i kroppen kan uppstå. Resonans uppstår när en extern källa tillför energi vid samma frekvens som kroppens naturliga egenfrekvens (svängningsmod)

### 3.4

#### **nodpunkt**

en punkt i kroppen där ingen svängningsrörelse uppkommer. Beror på typ av svängningsmod

3.5

#### **exciteringspunkt**

punkt där extern tillförd kraft (hammaren) träffar provkroppen. Punktens position påverkar vilken typ av svängningsmod som exciteras i provkroppen

3.6

#### **samlingsfrekvens/samlingshastighet ( $f_s$ )**

bestämmer den frekvens med vilken mätvärden tas vid sampling (Hz), det vill säga antal mätvärden per sekund (samples/sekund).

## 4. Princip

En hammare med kraftsensor används för att knacka lätt på en provkropp. Kraften från hammarlagen som applicerats på provkroppen mäts över en definierad inspelningstid. Hammarlagen genererar vibrationer och resonanser i provkroppen som mäts via en accelerometer som fästs direkt på provkroppen (3-5). Frekvensresponsfunktioner bestäms från uppmätt kraft (N) och acceleration ( $m/s^2$ ). Provningsen utförs på en provkropp med fria randvillkor i en kontrollerad och känd temperatur.

## 5. Utrustning

En mängd olika typer av utrustningar kan användas för att mäta frekvensresponsfunktioner. Denna metodbeskrivning listar ett exempel på möjlig utrustning (se Figur 1). Se även *Annex B - Exempel på mätning av frekvensresponsfunktioner*.

5.1 Accelerometer

5.2 Hammare med kraftsensor

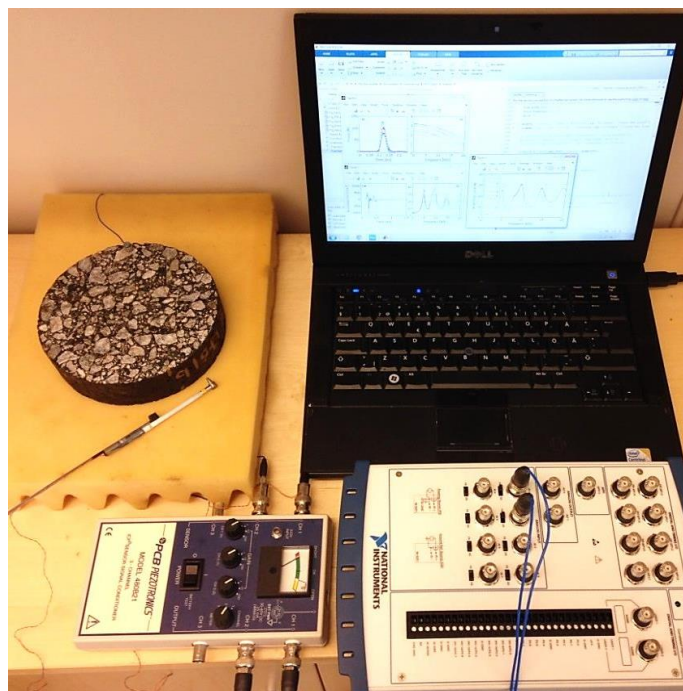
5.4 Utrustning för signalkonditionering

5.3 Utrustning för datainsamling (DAQ)

5.5 Dator med mjukvara för att styra mätningarna

5.6 Temperaturskåp

5.7 Skumgummi



**Figur 1. Accelerometer, hammare, dator samt utrustning för signalkonditionering och datainsamling (DAQ) (1)**

Utrustningen som visas i Figur 1 kopplas till en dator enligt följande kopplingschema:

- Hammare och accelerometer → signalkonditionering → datainsamling (DAQ) → dator

## 6. Provkroppens geometri och dimensioner

Provningen kan utföras på provkroppar med godtyckliga geometrier och dimensioner (5-6). Mått på bredd, längd, höjd eller diameter rekommenderas dock att vara minst 1.5 gånger större än största stenstorlek i asfaltmassan (7, 8). Detta på grund av att provkroppen antas vara homogen i utvärderingen av dess styvhet. Ojämna ytor skall sågas till plana och parallella ändytor. Bestämning av asfaltprovkroppars mått skall ske enligt EN 12697-29.

## 7. Utförande

Arbetsgång för att mäta kraft från hammaren och acceleration i provkroppen:

1. Placera provkroppen på skumgummi inuti ett temperaturskåp. Skum används för att tillgodose antagandet om fria randvillkor.
2. Fäst en accelerometer på provkroppen (se Figur 2 för en disk-formad provkropp). Accelerometern kan fästas med hjälp av vax eller lim mot företrädesvis en sten. Viktigt är dock att accelerometern sitter rejält och plant mot den sågade ytan.
3. Temperera provkroppen i 5-6 timmar.
4. Applicera ett hammarslag på motsatt sida accelerometern (Se Figur 2) för att excitera böjmoden av en disk-formad provkropp. Slå i centrum av samma yta som accelerometern är fäst på för att excitera den longitudinella moden (se Annex A -

*Placering av accelerometer och exciteringspunkt* för ytterligare information). För att undvika brus och erhålla ett brett frekvensområde med tillförd energi bör hammarslaget appliceras på en sten. Styvheten mellan kontaktytorna och kontakttiden avgör formen på lastpulsens som i sin tur styr frekvensinnehållet i mätningarna. En skarpare lastpuls ger ett bredare frekvensinnehåll. Minst fem repeterande hammarslag rekommenderas för att bestämma ett medelvärde.

5. Upprepa provningen vid ett flertal temperaturer (typiskt mellan -20 till 40 °C). Den högsta möjliga temperatur som mätningarna kan utföras vid begränsas normalt av bindemedelstypen i asfaltmassan.

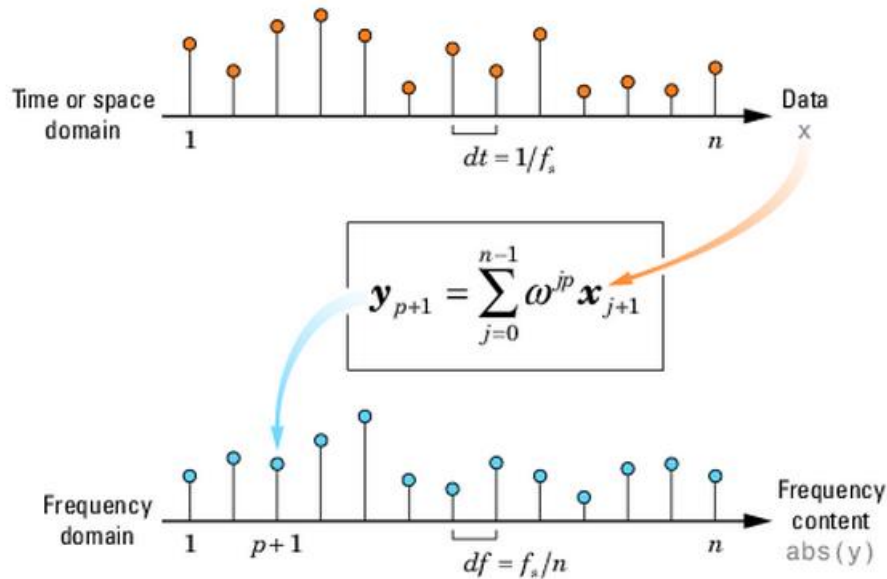


Figur 2. Mätning av en laborietillverkad disk-formad provkropp med sågade ytor (1)

## 8. Beräkningar

Kraften och accelerationen mäts över en tid som specificeras av operatören. Frekvensinnehållet av kraften respektive accelerationen skall bestämmas för att beräkna frekvensresponsfunktioner.

Figur 3 visar principen av diskret Fouriertransformering från tid- till frekvensdomän. Data i tidsdomän,  $x$ , är en vektor vars längd  $n$  och upplösning  $dt$  (s) styrs av inspelningstiden och samplingsfrekvensen,  $f_s$  (Hz). Samplingsfrekvensen kan väljas utifrån DAQ:ens specifikationer. Amplituden i frekvensdomän,  $y$ , erhålls genom att summera data i tidsdomän,  $x$ , för varje frekvens, där  $\omega = e^{-2\pi i/n}$ ,  $i$  är den imaginära enheten samt  $p$  och  $j$  är index som går från 0 till  $n-1$ .



Figur 3. Visualisering av diskret Fouriertransformering från tid- till frekvensdomän (9)

Transformeringen från tid- till frekvensdomän utförs lämpligast med snabb Fouriertransform (fft) direkt i mjukvaran som används för att genomföra mätningarna. Det finns flera program tillgängliga för detta, LabVIEW och MATLAB är några exempel på mjukvara som kan användas. Genom snabb Fouriertransform erhålls kraft ( $X$ ) och acceleration ( $Y$ ) som en funktion av frekvens ( $f$ ). Frekvensresponsfunktionen ( $H$ ) beräknas därefter enligt följande formel,

$$H(f) = \left( Y(f) \cdot X^*(f) \right) / \left( X(f) \cdot X^*(f) \right) \quad (1)$$

där

- $H(f)$  är frekvensresponsfunktionen (m/s<sup>2</sup>/N)
- $Y(f)$  är acceleration (m/s<sup>2</sup>)
- $X(f)$  är kraft (N)
- $X^*(f)$  är komplexkonjugatet av kraften

En medelvärdesbildad frekvensresponsfunktion från  $nr$  antal hammarslag beräknas enligt följande formel,

$$H(f) = \left( \frac{1}{nr} \sum_{k=1}^{nr} Y_k(f) \cdot X_k^*(f) \right) / \left( \frac{1}{nr} \sum_{k=1}^{nr} X_k(f) \cdot X_k^*(f) \right) \quad (2)$$

där

- $k$  är index på hammarslaget från 1 till  $nr$



## 9. Precision

Samplingshastigheten,  $f_s$  styr upplösning i mätningarna (se Figur 3). Enligt Nyquist-Shannons samplingsteorem begränsas den högsta frekvensen i mätningarnas användbara frekvensområde till hälften av samplingshastigheten. Samplingshastigheten skall alltså vara minst 2 gånger större än det önskade frekvensområdets högsta frekvens (ca 15 – 25 kHz).

En samplingshastighet av minst 100 kHz rekommenderas dock på grund av den korta kontakttiden mellan hammare och provkropp (ca 0.05 – 0.1 ms). En samplingshastighet av 40 kHz ger utifrån denna kontakttid endast 2 till 4 mätpunkter av lastpulsens medan 100 kHz ger 5 till 10 mätpunkter.

### 9.1 Repeterbarhet

Ett flertal studier har visat på en mycket god repeterbarhet för resonansfrekvensmätningar med en impulsälla (1, 8, 10-12). Provningsens helt oförstörande natur samt enkla uppställning och utförande bidrar till den mycket goda repeterbarheten.

### 9.2 Reproducerbarhet

Även reproducerbarheten har bevisats vara mycket god (1, 10). Ytterligare studier är dock att rekommendera för att utvärdera en representativ variation och avvikelse från mer omfattande provning.

## 10. Rapport

Resultatet av mätningarna är frekvensresponsfunktioner för respektive temperatur som tillsammans med provkroppens densitet och dimensioner används till att beräkna den komplexa styvhetsmodulen.

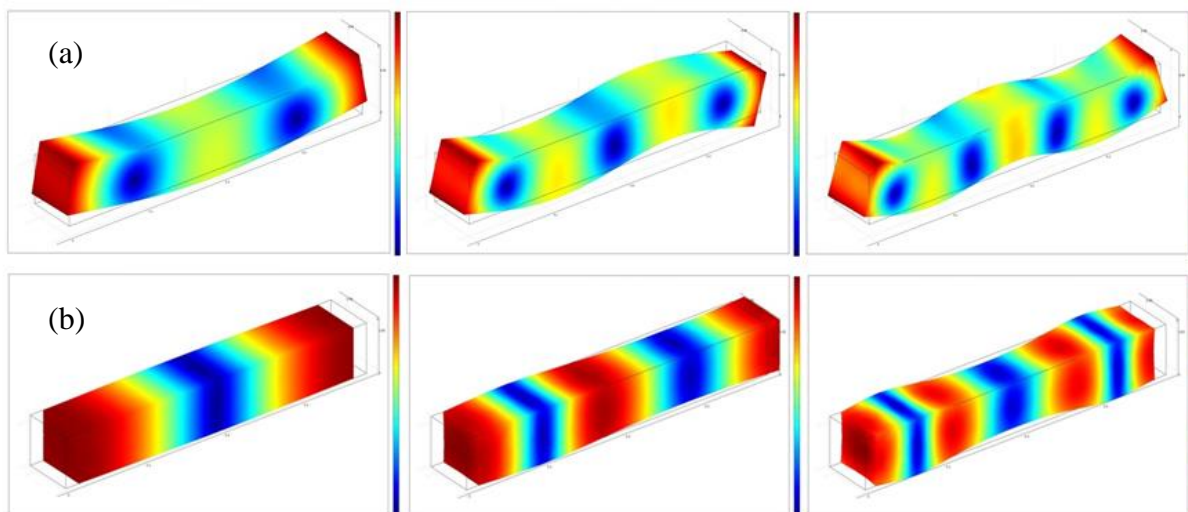
Provkroppens temperatur, densitet, dimensioner och information om modtyp skall rapporteras tillsammans med uppmätt frekvensresponsfunktion.

Beräkningar av styvhetsmodulen över ett brett frekvensområde med hjälp av frekvensresponsfunktioner kan i teorin utföras både analytiskt och numeriskt. Det finns dock för närvarande ingen exakt analytisk lösning till att bestämma styvheten av asfaltprovkroppar utifrån uppmätta frekvensresponsfunktioner. Genom finita element metoden (FEM) erbjuds istället ett antal olika mjukvaruprogram som kan nyttjas för att numeriskt bestämma styvheten utifrån uppmätta frekvensresponsfunktioner. Då dessa program kräver användarlicens avgränsas denna metodbeskrivning till mätningarna av frekvensresponsfunktioner. Ett verktyg i form av en FEM applikation för att utföra beräkningar av den komplexa styvhetsmodulen från uppmätta frekvensresponsfunktioner är dock utvecklat och beskrivs i *Annex C - Beräkning och optimering av FRFs med FEM app* (13-14).

## Annex A (informativ)

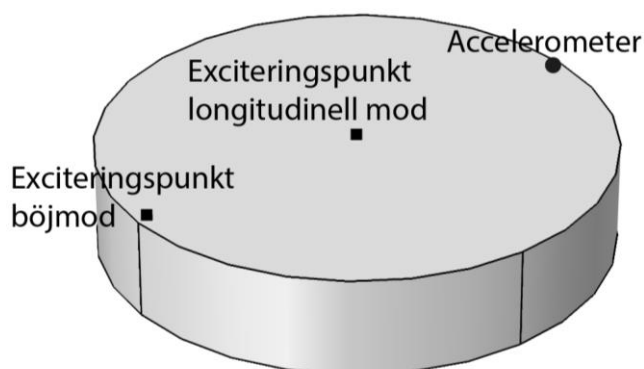
### Placering av accelerometer och exciteringspunkt

Exciteringspunkten påverkar vilken typ av svängningsmod som exciteras i provkroppen. Figur 4 illustrerar två typer av svängningsmoder för en balkformad provkropp; böjmoden (a) och den longitudinella moden (b). De tre första svängningsmoderna för böjmoden visas i Figur 4a och de tre första svängningsmoderna för longitudinella moden visas i Figur 4b.

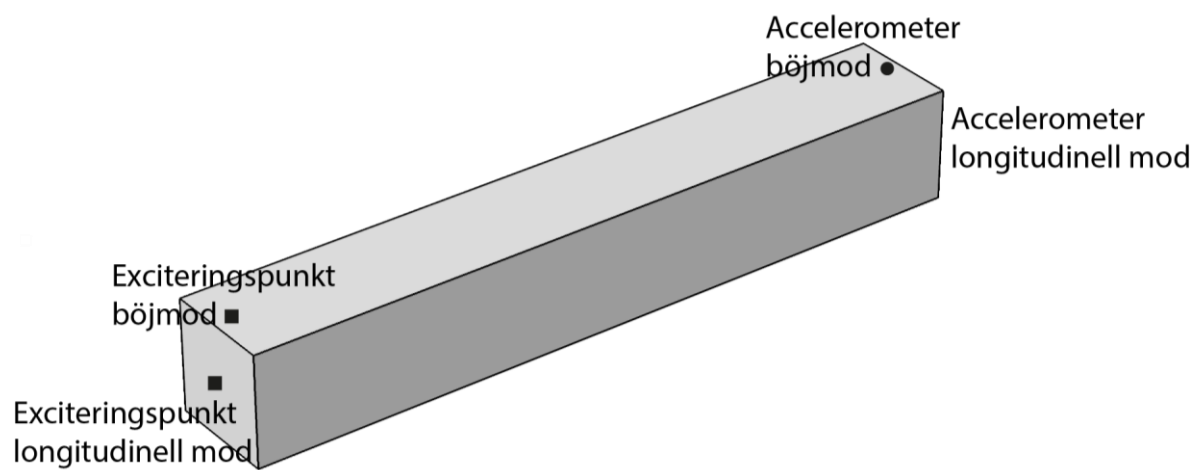


**Figur 4.** De 3 första böjmoderna (a) samt de 3 första longitudinella moderna (b). Blå punkter är nodpunkter.

En svängningsmod (ex. 1:a, 2:a och 3:e böjmoden osv.) kan exciteras på flera olika sätt och från en mängd olika punkter (1, 8). Viktigt är dock att mätpunkten och motsvarande punkt i en teoretisk modell överensstämmer för att korrekt kunna utvärdera provkroppens materialegenskaper. Detsamma gäller för accelerometers placering. Figur 5 och 6 illustrerar lämpliga exciteringspunkter för olika typer av svängningsmoder för disk- och balkformade provkroppar.



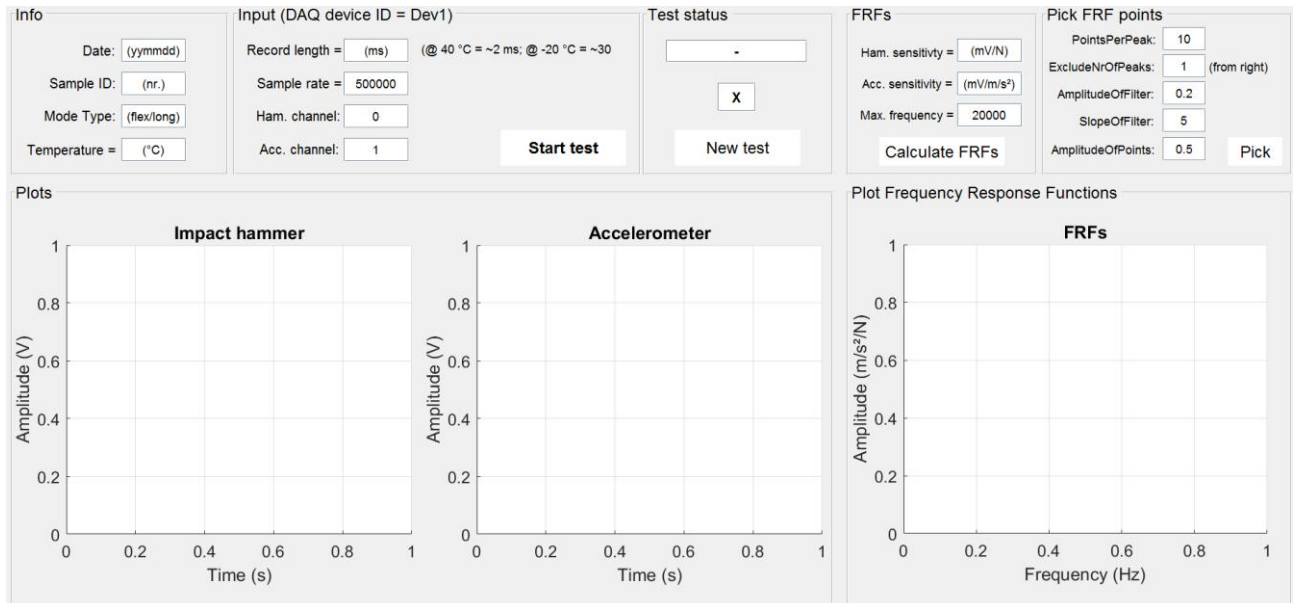
**Figur 5.** Placering av accelerometer och exciteringspunkter för en diskformad provkropp



**Figur 6. Placering av accelerometer och exciteringspunkter för en balkformad provkropp**

## Annex B (informativ) Exempel på mätning av FRFer

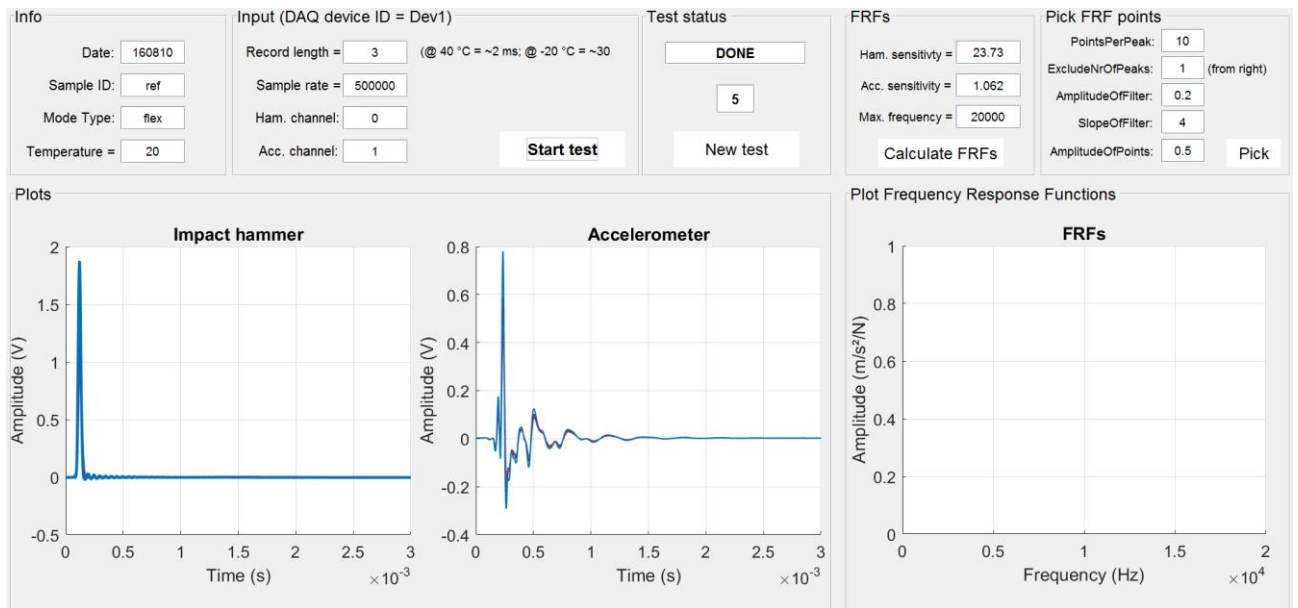
Ett exempel på modalanalys demonstreras här med hjälp av en applikation för att mäta kraft och acceleration samt beräkna frekvensresponsfunktioner (se Figur 7).



Figur 7. App för modalanalys.

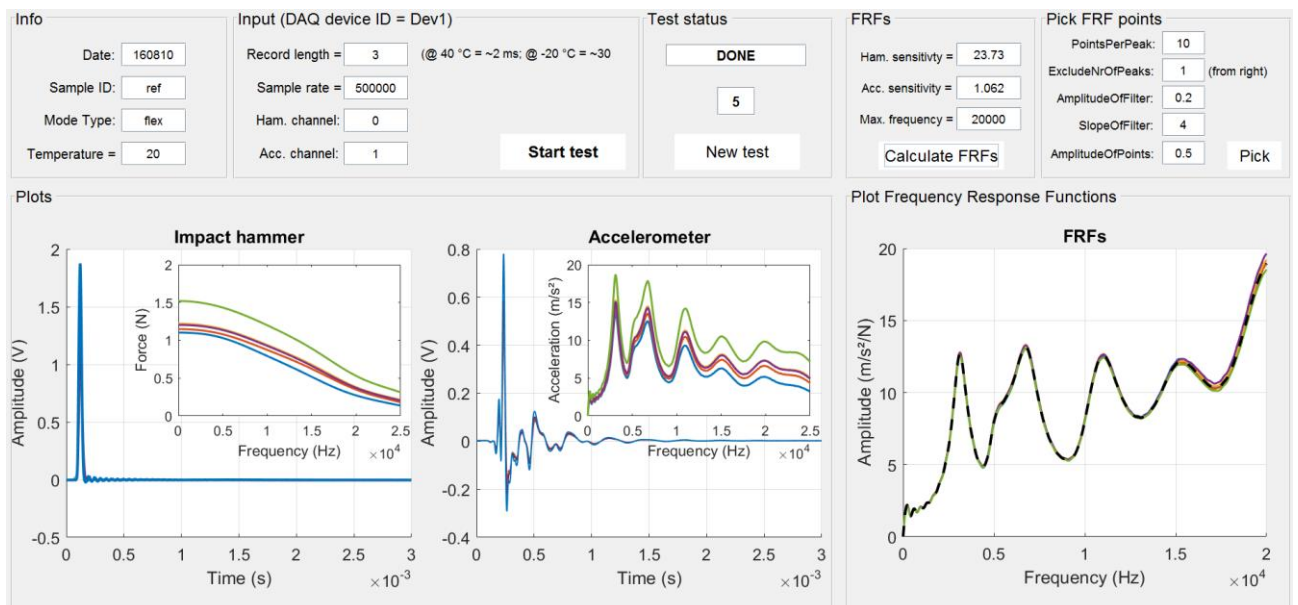
Provningen har utförts genom att använda mätupställningen som visas i Figur 1 på en diskformad provkropp. Accelerometern och hammaren har applicerats på provkroppen enligt Figur 2.

För att starta mätningarna krävs information om datum, provkroppens benämning, modtyp och temperaturen. Denna information används för att spara data i tidsdomän från hammaren och accelerometern. Inspelningstiden, samplingshastigheten och DAQ:ens kanaler som hammaren och accelerometern är kopplade till skall också definieras. Inspelningstiden justeras beroende på temperatur för att anpassas till tiden för provkroppens svängningar. Provningen startas genom ”Start test” och under ”Test status” visas ”Waiting for trigger” när första hammarslaget kan appliceras. Efter fem hammarslag är provningen klar och tidsdomän data sparas då automatiskt. Figur 8 visar amplituden från hammaren och accelerometern för fem slag i tidsdomän.



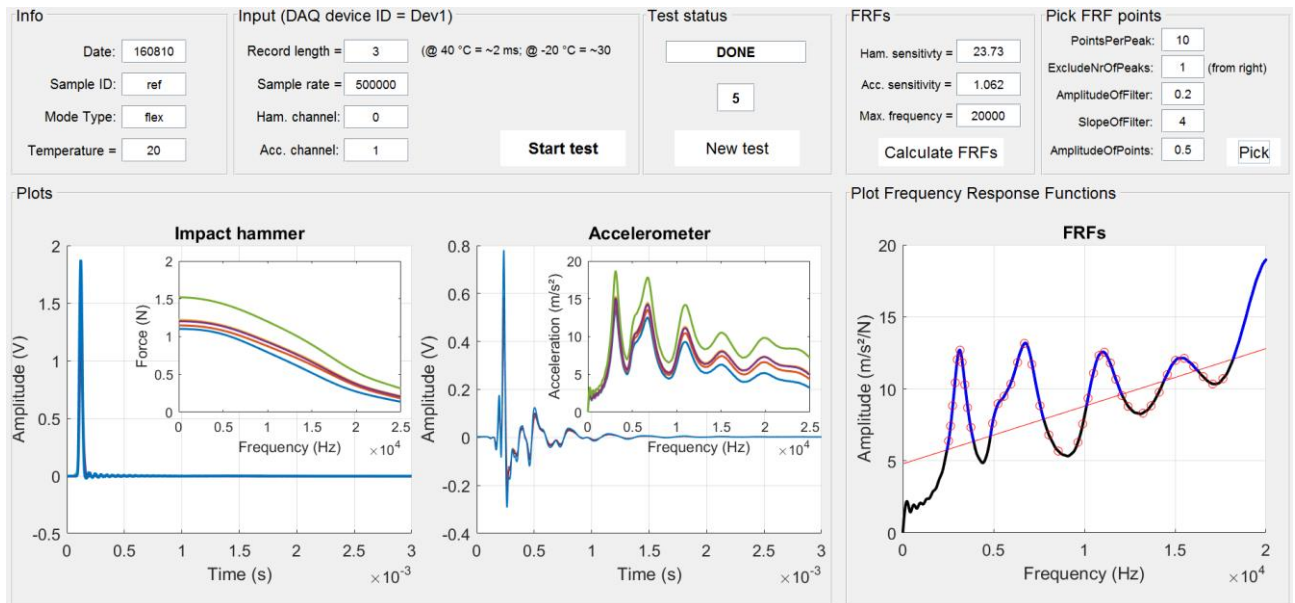
**Figur 8. Data från hammare och accelerometer i tidsdomän**

Kraften och accelerationen i frekvensdomän samt frekvensresponsfunktionerna beräknas och plottas via "Calculate FRFs". Denna beräkning kräver information om hammarens (mV/N) och accelerometers (mV/m/s<sup>2</sup>) känslighet. Figur 9 visar kraften, accelerationen och frekvensresponsfunktionerna. Den medelvärdesbildade frekvensresponsfunktionen (svart streckad linje) sparas automatiskt.



**Figur 9. Kraft och acceleration i frekvensdomän samt frekvensresponsfunktioner**

Ett reducerat antal punkter längs med frekvensresponsfunktionen för att möjliggöra en effektivare beräkning av den komplexa styvhetsmodulen kan väljas. Genom "Pick" filtreras resonansfrekvenserna ut från frekvensresponsfunktionen och distribuerar ut ett valfritt antal punkter utifrån pikarna. Genom detta sparas en textfil med frekvenser och amplituder av frekvensresponsfunktionen som är direkt uppladdningsbar till en FEM app för beräkning av styvheten (13). Figur 10 visar valda punkter från frekvensresponsfunktionen.



**Figur 10. Reducerat antal punkter från frekvensresponsfunktionen för en effektivare beräkning av asfaltprovkroppens komplexa styvhetsmodul.**

Appen skall kunna användas med godtycklig utrustning tillgänglig för ändamålet, men är utvecklad utifrån användandet av följande utrustning:

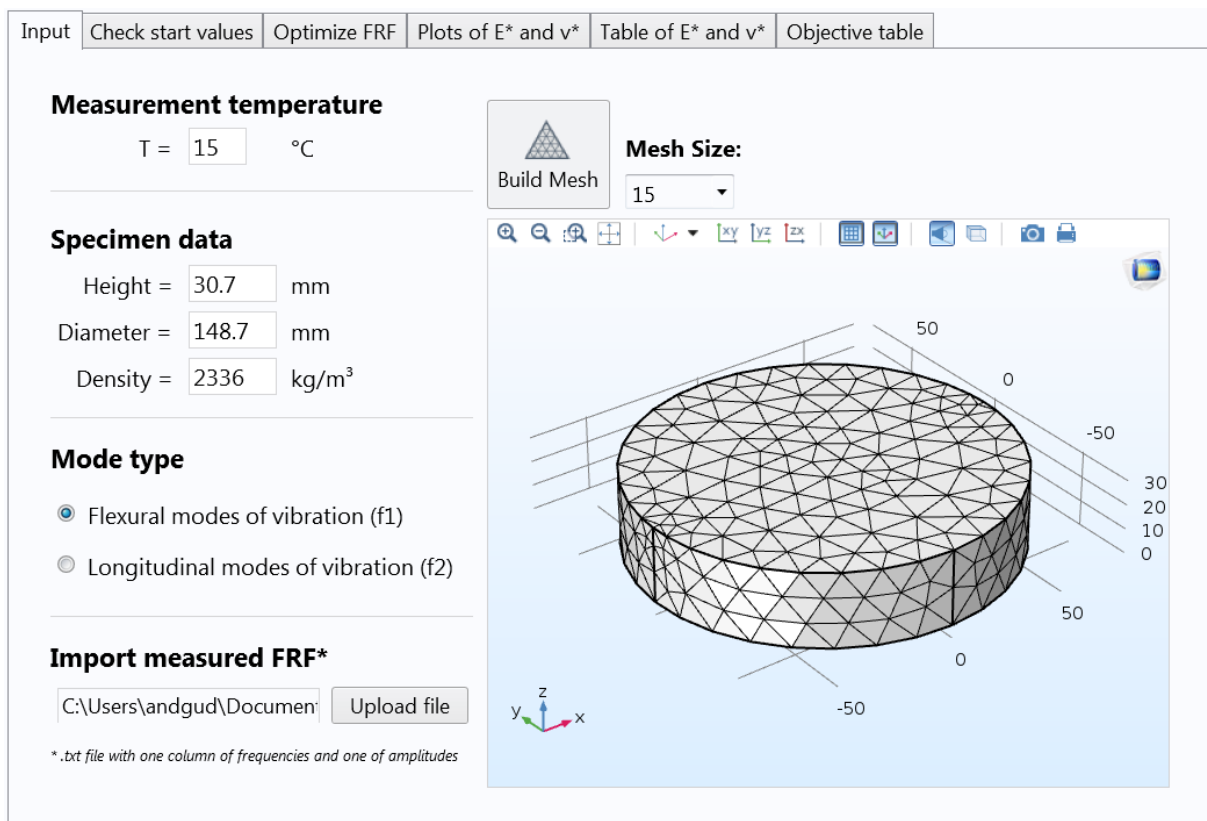
- Datainsamling (DAQ) - NI USB-6251 M Series
- Signalkonditionering - PCB model 480B21
- Hammare - PCB model 086E80
- Accelerometer - PCB model 35B10

## Annex C (informativ)

### Beräkning och optimering av FRFer med FEM app

Principen att använda FEM för att beräkna och optimera frekvensresponsfunktioner exemplifieras nedan genom en FEM-applikation för att bestämma den komplexa modulen. Applikationen har utvecklats i COMSOL Multiphysics Application Builder® och kräver en användarlicens.

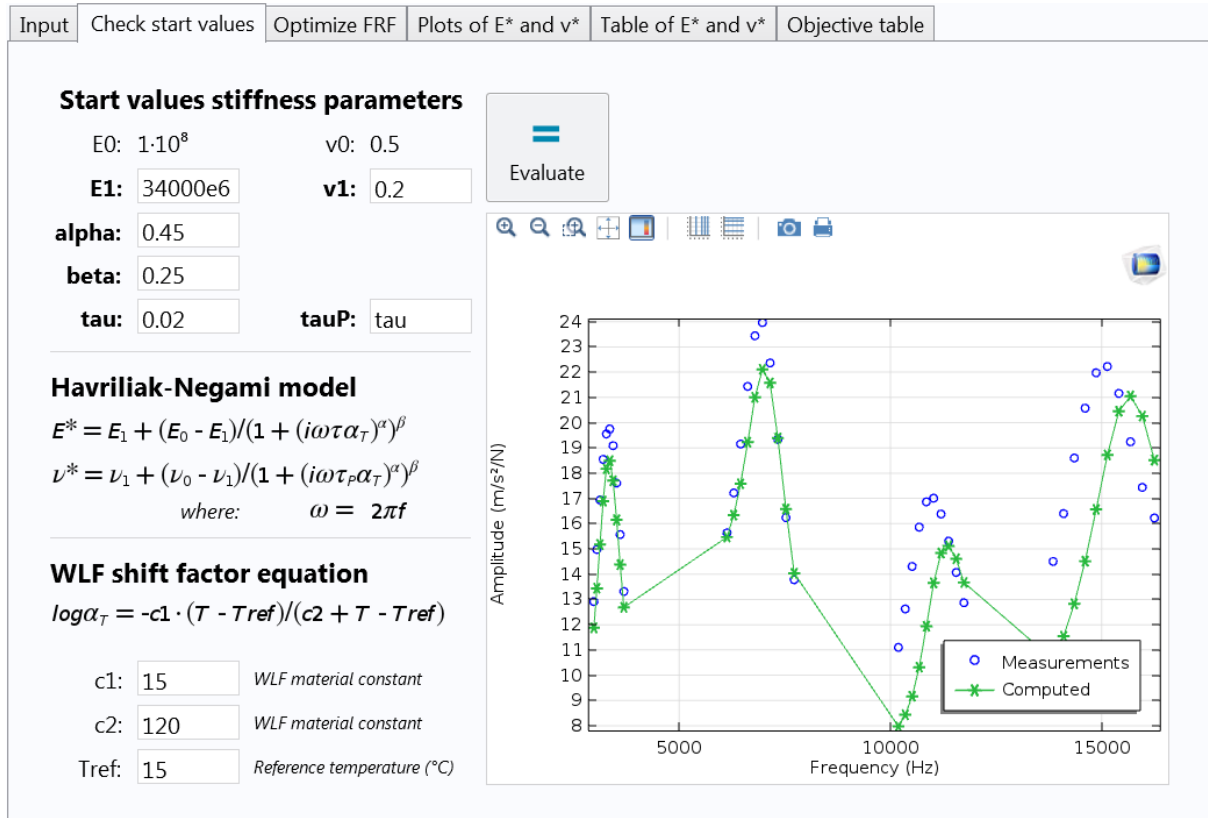
Applikationen består av sex stycken flikar (se Figur 11 till 13). I den första fliken (Input) infogas följande information: temperatur (°C), höjd (mm), diameter (mm), densitet (kg/m<sup>3</sup>), typ av svängningsmod, uppmätt FRF (.txt fil) och meshstorlek (mm). Valet av modtyp bestämmer positionen av punktlasten i modellen så att den överensstämmer med positionerna för hammarens träffpunkt och accelerometern för respektive modtyp. Väljs böjmoden (flexural) placeras punktlasten enligt exciteringspunkten för böjmoden illustrerad i Figur 5. Väljs longitudinella moden placeras punktlasten enligt exciteringspunkten för longitudinella moden som även den illustreras i Figur 5. Punktlasten verkar i den negativa z-riktningen enligt koordinatsystemet i Figur 11.



Figur 11. Applikation för optimering av FEM beräknade FRFer mot uppmätta FRFer (Input).

Flik två (Check start values) används för att utvärdera lämpliga startvärden av parametrarna som beskriver den komplexa modulen och komplexa Poisson's tal. I grafen som visas i Figur

12 jämförs en FEM beräknad FRF mot den uppmätta FRFen som laddats upp i textfilen. Den FEM beräknade FRFen baseras på den temperatur och frekvensberoende komplexa modulen och komplexa Poisson's tal som uttrycks genom den så kallade Havriliak-Negami (HN) modellen (15) och Williams-Landel-Ferry (WLF) modellen (16). Dessa modeller består av ett antal parametrar vars värden alltså antas i denna flik och utvärderas mot uppmätt FRF.

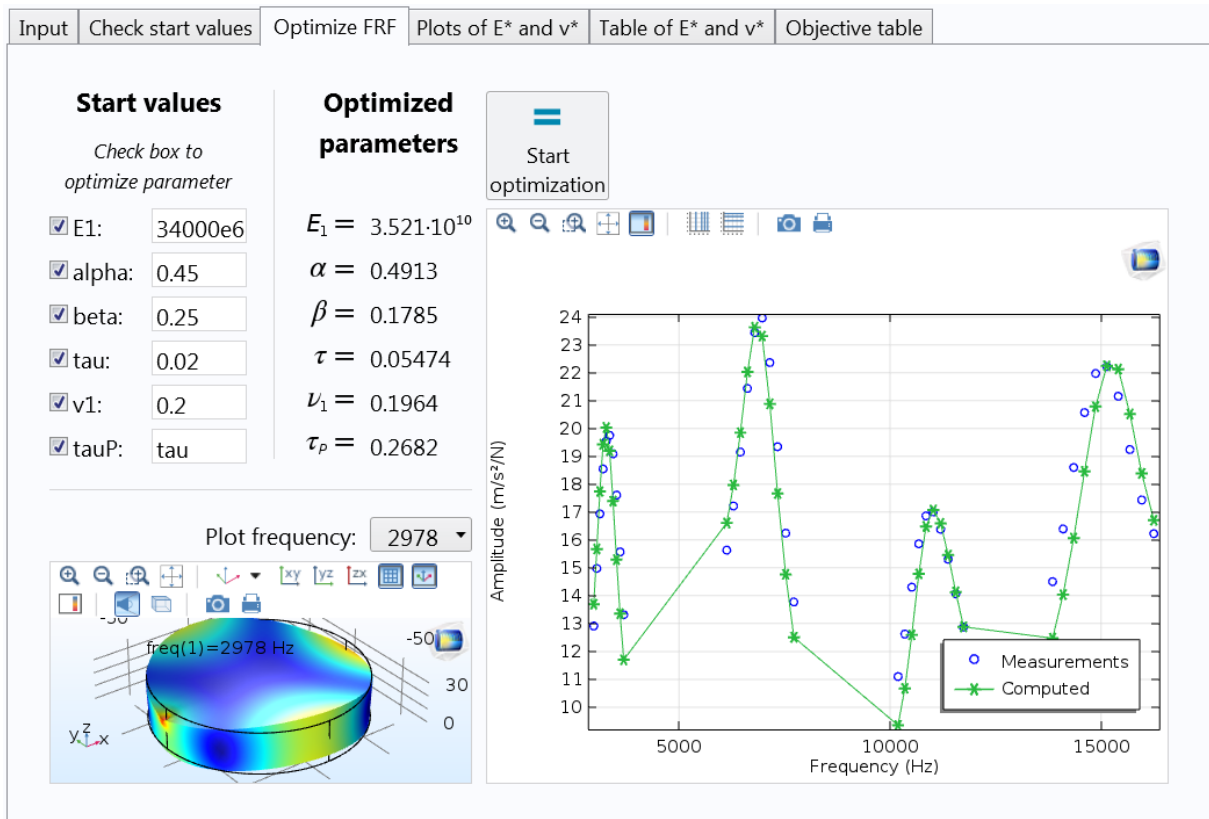


Figur 12. Applikation för optimering av FEM beräknade FRFer mot uppmätta FRFer (Check start values).

I den tredje fliken utvärderas dessa parametrar genom en optimeringsprocess som syftar till att minimera felet mellan den FEM beräknade FRFen och den uppmätta FRFen. De sex parametrarna ( $E_1$ ,  $\nu_1$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\tau$  och  $\tau_p$ ) kan bestämmas genom denna optimering medan  $E_0$  och  $\nu_0$  är fixerade till 100 MPa respektive 0.5. WLF modellen används till att förenkla utvärderingen av den temperaturberoende parametern  $\tau$  som varierar kraftigt mellan olika temperaturer. Detta gör att en förändring av temperaturen automatiskt ändrar startvärdet av  $\tau$ . Utvärderingen av startvärden under flik två (se Figur 12) är inte nödvändig men rekommenderas för en effektivare optimeringsprocess.

Det finns även en möjlighet att välja vilka av de sex parametrarna som skall utvärderas i optimeringsprocessen. Figur 13 visar startvärdena och optimerade värden för parametrarna som ger bästa möjliga passning av den FEM beräknade FRFen till den uppmätta FRFen. De optimerade parametrarna ger i detta exempel den komplexa modulen och komplexa Poisson's tal mellan ca 4000 till 16000 Hz för en asfaltprovkropp vid 15 °C.





**Figur 13. Applikation för optimering av FEM beräknade FRFer mot uppmätta FRFer (Optimize FRF).**

Ytterligare tre flikar presenterar resultat från optimeringsprocessen. Två tabbar visar grafer och tabeller av den utvärderade styvheten och en flik presenterar skillnaden mellan beräknad och uppmätt FRF för varje iteration.

## Litteraturförteckning

1. Gudmarsson, A. (2014). "Resonance Testing of Asphalt Concrete", *PhD Thesis, ISBN 978-91-87353-50-5*, KTH Royal Institute of Technology, Stockholm
2. Schwarz, B. J., Richardson, M. H. (1999). "Experimental modal analysis," Proceedings of CSI Reliability Week, Orlando, FL
3. Ryden, N., and Malmqvist, E. (2006). "Implementering av seismisk mätning för kvalitetskontroll av asfaltbeläggningar: Etapp 1", SBUF rapport 11782
4. Ryden, N., Johansson, C. (2008). "Implementering av seismisk mätning för kvalitetskontroll av asfaltbeläggningar, Etapp 2: Test av mätmetod på asfaltprover", SBUF Rapport 12017
5. Ryden, N. (2011). "Resonant frequency testing of cylindrical asphalt samples, *European Journal of Environmental and Civil Engineering*", Vol. 15, No. 4, pp. 587-600
6. Gudmarsson, A., Ryden, N., Birgisson, B. (2012). "Characterizing the low strain complex modulus of asphalt concrete specimens through optimization of frequency response functions", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 132, Issue 4, pp. 2304-2312.
7. SS-EN 12697-24:2012, Vägmaterial – Asfaltmassor – Provningsmetoder för varmblandad asfalt – Del 24: Utmattningsmotstånd
8. Zhang, L., Li, T-S., Tan. Y-Q. (2016). "The potential of using impact resonance test method evaluating anti-freeze-thaw performance of asphalt mixture", *Construction and Building Materials*, Vol. 115, pp. 54-61.
9. MathWorks (2016). User's Guide (R2016a). Mathematics, Fourier Analysis and Filtering, Discrete Fourier Transform
10. Whitmoyer, S. L., and Kim, Y. R. (1994). "Determining asphalt concrete properties via the impact resonant method", *J. Test. Eval.* 22(2), 139–148
11. Kweon, G., and Kim, Y. R. (2006). "Determination of the complex modulus of asphalt concrete using the impact resonance test", *J. Transp. Res. Board* 1970, pp. 151–160.
12. Gudmarsson, A., Ryden, N., Birgisson, B. (2012). "Application of resonant acoustic spectroscopy to asphalt concrete beams for determination of the dynamic modulus", *Mater. Struct.*, Vol. 45, pp. 1903-1913
13. Gudmarsson, A. (2017). "Modal Analysis Software Applications to Characterize the Complex Modulus of Asphalt Concrete", *Transportation and Research Board*

14. Gudmarsson, A. (2015). "An accurate and economic laboratory method for performance evaluation of asphalt mixes," NVF förbundsutskottsmöte Beläggning, FoU tävling, Tórshavn, 15-16 June 2015
15. Hartmann, B., Lee, G. F., Lee, J. D. (1994). "Loss factor height and width limits for polymer relaxations", *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 95, No. 1, pp. 226-233.
16. Williams, M. L., Landel, R. F., Ferry, J. D. (1955). "The temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass-forming liquids", *J. Am. Chem. Soc.*, Vol. 77.